

93. [คณิต กข / 2541]

ให้  $a, b$  เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง  $a < b$ , 5 หาร  $a$  ลงตัว และ 3 หาร  $b$  ลงตัว

ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ และ ค.ร.น. ของ  $a, b$  เท่ากับ 165

แล้ว  $a$  หาร  $b$  เหลือเศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1                                      2. 2                                      3. 3                                      4. 4

94. [คณิต กข / 2538]

ให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง  $80 < x < 200$

และ  $x = pq$  เมื่อ  $p$  และ  $q$  เป็นจำนวนเฉพาะซึ่ง  $p \neq q$

ถ้า  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ และ ค.ร.น. ของ  $x, y$  เท่ากับ 15,015

แล้วผลบวกของค่าของ  $y$  ทั้งหมด ที่สอดคล้องเงื่อนไขทั้งหมดที่กำหนดให้ เท่ากับเท่าใด

95. [คณิต กข / 2537]

กำหนดให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่  $x < y$

ห.ร.ม. ของ  $x, y$  เท่ากับ 9, ค.ร.น. ของ  $x, y$  เท่ากับ 28,215

และจำนวนเฉพาะที่ต่างกันทั้งหมดที่หาร  $x$  ลงตัว มี 3 จำนวน

ค่าของ  $y - x$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 36                                      2. 45                                      3. 9                                      4. 18

96. [คณิต กข / 2540]

ให้  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง ห.ร.ม. ของ  $n$  และ 42 เท่ากับ 6

$$\text{ถ้า } 42 = nq_0 + r_0, \quad 0 < r_0 < n$$

$$n = 2r_0 + r_1, \quad 0 < r_1 < r_0$$

$$\text{และ } r_0 = 2r_1$$

โดยที่  $q_0, r_0, r_1$  เป็นจำนวนเต็ม แล้ว ค.ร.น. ของ  $n$  และ 42 มีค่าเท่ากับเท่าไร

97. [คณิต 1 / ต.ค.2545]

กำหนดให้  $a, b$  เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง  $a$  เป็น ห.ร.ม. ของ  $b$  และ 216

ให้  $q_1, q_2$  เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่  $216 = bq_1 + 106, b = 106q_2 + 4$

ถ้า  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 36$  แล้ว เมื่อหาร  $f(x)$  ด้วย  $x - a$  ได้เศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 192                                      2. 200                                      3. 236                                      4. 272

176. [ทุนเล่าเรียนหลวง (กพ.) / 2541]

จงหาจำนวนเต็มบวก  $a$  และ  $b$  ทั้งหมดที่สอดคล้องสมการ  $(a, b) [a, b] = a + 2b + 13$

โดยที่  $(a, b)$  และ  $[a, b]$  แทน ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของ  $a, b$  ตามลำดับ

177. [คัตโอลิมปิก / 2542]

ในระบบจำนวนเต็ม, ให้  $a$  และ  $b$  มากกว่า 0

$$a = 1998b + r \quad \text{โดย } 0 < r < 1998$$

$$1998 = 47r + r_1 \quad \text{โดย } 0 < r_1 < r$$

และ  $(r, r_1) = 6$  ข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริง

1.  $(a, b) = 6$

2.  $(a, 1998) = 6$

3.  $(b, r) = 6$

4.  $(1998, r) > 6$

180. [โคเวตา มช. / 2538]

ถ้าจำนวนเต็มบวกสองจำนวนมี ห.ร.ม. เป็น 3 และ ค.ร.น. เป็น 30

โดยที่ผลต่างของสองจำนวนนี้เป็น 9 แล้ว จงหาผลบวกของสองจำนวนนี้

(93) จาก  $165 = 5 \times 3 \times 11$   
 แต่  $a = 5 \times \underline{\hspace{1cm}}$  ,  $b = 3 \times \underline{\hspace{1cm}}$   
 $a, b$  เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ แปลว่า  $a$  กับ  $b$   
 ต้องไม่มีตัวประกอบร่วมกัน (ห.ร.ม. เป็น 1)  
 และเนื่องจาก  $a < b$   
 ดังนั้น  $a = 5 \times 11 = 55$  และ  $b = 3$   
 ตอบ "a หาร b" คือ  $\frac{3}{55}$  จะเหลือเศษ 3

หมายเหตุ "a หาร b" ต่างจาก "a หารด้วย b"

(94) ห.ร.ม. ของ  $x, y$  คือ 1  
 และ ค.ร.น. ของ  $x, y$  คือ 15015  
 แสดงว่าผลคูณ  $xy = 15015 = 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13$   
 ..แต่  $x$  มีตัวประกอบ 2 ตัว และ  $80 < x < 200$   
 $\therefore x = 13 \times 7$  หรือ  $13 \times 11$  (เป็นไปได้สองแบบ)  
 ซึ่งจะได้ว่า  $y = 3 \times 5 \times 11 = 165$   
 หรือ  $y = 3 \times 5 \times 7 = 105$   
 ตอบ ผลบวกของค่า  $y = 165 + 105 = 270$

(95) ห.ร.ม. =  $9 = \boxed{3 \times 3}$   
 ค.ร.น. =  $28215 = \boxed{3 \times 3} \times 3 \times 5 \times 11 \times 19$   
 ทั้ง  $x$  และ  $y$  ต้องหาร 9 ลงตัว  
 นั่นคือ  $x = \boxed{3 \times 3} \times ??$   
 และ  $y = \boxed{3 \times 3} \times$  จำนวนที่เหลือ  
 จะพบว่า ใน  $x$  มี 5 กับ 11 เท่านั้น จึงจะทำให้มีตัว  
 ประกอบเป็นจำนวนเฉพาะ 3 ตัว และน้อยกว่า  $y$   
 ดังนั้น  $x = 3 \times 3 \times 5 \times 11 = 495$  และ  
 $y = 3 \times 3 \times 3 \times 19 = 513$   
 ตอบ  $y - x = 18$

(96) สมการที่โจทย์ให้มาคือขั้นตอนการหา ห.ร.ม.  
 ของ 42 กับ  $n$  ด้วยวิธีของยุคลิด  
 โจทย์บอกว่า ห.ร.ม. เป็น 6 แสดงว่า  $r_1 = 6$   
 จะได้  $r_0 = 2r_1 = 12$  และ  $n = 2r_0 + r_1 = 30$   
 ดังนั้น เมื่อใช้หลักที่ว่า ค.ร.น.  $\times$  ห.ร.ม. = ผลคูณ  
 ของสองจำนวนนั้น  
 จะได้ ค.ร.น. =  $\frac{(42)(30)}{(6)} = 210$  ตอบ

(97) การหา ห.ร.ม. ด้วยวิธีของยุคลิด  
 จาก  $216 = bq_1 + 106 \dots (1)$   
 และ  $b = 106q_2 + 4 \dots (2)$   
 ทำต่อไป  $106 = 4(26) + \boxed{2}$  และ  $4 = \boxed{2}(2)$   
 ดังนั้น ห.ร.ม.  $a = 2$   
 ส่วนค่า  $b$  ได้จากการพิจารณาสมการที่ (1)  
 คือ  $bq_1 = 216 - 106 = 110$   
 โดย  $q_1$  เป็นจำนวนนับ และ  $b > 106$   
 (คือตัวหารจะต้องมากกว่าเศษเสมอ)  
 $\therefore b = 110$  เท่านั้น ( $q_1 = 1$ )  
 (ไม่สามารถเป็น  $55 \times 2$  ได้ เพราะ  $55 < 106$ )  
 $\therefore f(x) = x^3 + 2x^2 + 110x - 36$  หารด้วย  $x - 2$   
 ได้เศษ =  $f(2) = 8 + 8 + 220 - 36 = 200$  ตอบ

(176) จากสมบัติที่ว่า ห.ร.ม. และ ค.ร.น.  
 ของ  $a, b$  คูณกัน จะมีค่าเท่ากับ  $a$  คูณ  $b$   
 จึงได้ว่า  $ab = a + 2b + 13$   
 ในข้อนี้มีสมการเดียว แต่มี 2 ตัวแปร จึงมีคำตอบได้  
 หลายชุด ..หาคำตอบได้โดยจัดรูปสมการดังนี้  
 $ab - a - 2b = 13$   
 $\rightarrow a(b - 1) - 2(b - 1) = 13 + 2$   
 $\rightarrow (a - 2)(b - 1) = 15$   
 ซึ่งจำนวนเต็มบวกที่คูณกันเป็น 15  
 ได้แก่  $1 \times 15$  กับ  $3 \times 5$  เท่านั้น  
ตอบ ค่า  $(a,b)$  ที่เป็นไปได้ ได้แก่  
 $(3,16)$   $(5,6)$   $(7,4)$  และ  $(17,2)$

(177) รูปแบบที่ให้น่าสนใจคือขั้นตอนการหา  
 ห.ร.ม. ด้วยวิธีของยุคลิด มีขั้นตอนคือ ในการหา  
 ห.ร.ม. ของ  $x$  กับ  $y$  ให้หารลดทอนลงเป็นทอดๆ  
 โดยยกตัวหารเดิมไปเป็นตัวตั้ง และใช้เศษเดิมไป  
 เป็นตัวหารตัวใหม่ ทำซ้ำจนกว่าจะหารได้ลงตัว ซึ่ง  
 เศษตัวสุดท้ายที่ไปหารลงตัวนั้นจะเป็น ห.ร.ม.  
 (หลักสำคัญของกระบวนการลดทอนนี้คือ ห.ร.ม.  
 ของตัวตั้งกับตัวหารจะยังมีค่าคงเดิมเสมอ)

[เฉลยข้อนี้ยังมีต่อในหน้าถัดไป]

$$a = 1998b + r \text{ โดย } 0 < r < 1998$$

เป็นการหาร  $a$  ด้วย 1998

(ผลหารคือ  $b$  และเศษคือ  $r$ )

$$1998 = 47r + r_1 \text{ โดย } 0 < r_1 < r$$

เป็นการหาร 1998 ด้วย  $r$

(ผลหารคือ 47 และเศษคือ  $r_1$ )

ดังนั้นขั้นต่อไปคือ หาร  $r$  ด้วย  $r_1$

แต่โจทย์ละขั้นตอนต่อจากนี้ไป

แล้วสรุปให้เลยว่า ห.ร.ม. ของ  $r$  กับ  $r_1$  คือ 6

∴ คำตอบที่ถูกต้องคือ ข้อ 2.

(ห.ร.ม. ของ  $a$  กับ 1998 เป็น 6)

ข้อ 1. และ 3. ไม่ถูก เพราะ  $b$  คือผลหาร

ไม่มีความสำคัญหรือเกี่ยวข้องใดๆ กับ ห.ร.ม.

ข้อ 4. ไม่ถูก เพราะเครื่องหมายเป็นมากกว่า

(ถ้าเขียนเป็น  $(1998, r) = 6$  ข้อนี้ก็ถูกต้องด้วย)

(180) จากสมบัติที่ว่า ผลคูณของสองจำนวนนี้

เท่ากับ ห.ร.ม. คูณด้วย ค.ร.น. เสมอ

แสดงว่าสองจำนวนนี้คูณกันได้เท่ากับ

$$3 \times 30 = 90$$

ซึ่งอาจเป็น (1,90), (2,45), (3,30), (5,18),

(6,15), หรือ (9,10)

แต่ผลต่างต้องเท่ากับ 9 ด้วย..

จะมีแบบเดียวคือ 6 กับ 15

ตอบ ผลบวกสองจำนวนนี้เท่ากับ 21